

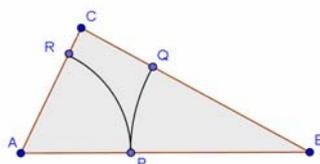
**M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO DI ORDINAMENTO

**Indirizzo:** SCIENTIFICO**Tema di:** MATEMATICA*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.***PROBLEMA 1**

Il triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa  $AB = a$  e l'angolo  $\widehat{CAB} = \frac{\pi}{3}$ .

- a) Si descriva, internamente al triangolo, con centro in B e raggio  $x$ , l'arco di circonferenza di estremi P e Q rispettivamente su AB e su BC. Sia poi R l'intersezione con il cateto CA dell'arco di circonferenza di centro A e raggio AP. Si specifichino le limitazioni da imporre ad  $x$  affinché la costruzione sia realizzabile.

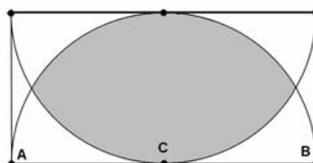


- b) Si esprima in funzione di  $x$  l'area  $S$  del quadrilatero mistilineo PQCR e si trovi quale sia il valore minimo e quale il valore massimo di  $S(x)$ .
- c) Tra i rettangoli con un lato su AB e i vertici del lato opposto su ciascuno dei due cateti si determini quello di area massima.
- d) Il triangolo ABC è la base di un solido W. Si calcoli il volume di W sapendo che le sue sezioni, ottenute tagliandolo con piani perpendicolari ad AB, sono tutti quadrati.

**PROBLEMA 2**

Assegnato nel piano il semicerchio  $\Gamma$  di centro C e diametro  $AB = 2$ , si affrontino le seguenti questioni:

- a) Si disegni nello stesso semipiano di  $\Gamma$  un secondo semicerchio  $\Gamma_1$  tangente ad AB in C e di uguale raggio 1. Si calcoli l'area dell'insieme piano intersezione dei due semicerchi  $\Gamma$  e  $\Gamma_1$



- b) Si trovi il rettangolo di area massima inscritto in  $\Gamma$ .
- c) Sia P un punto della semicirconferenza di  $\Gamma$ , H la sua proiezione ortogonale su AB. Si ponga  $\widehat{PCB} = x$  e si esprimano in funzione di  $x$  le aree  $S_1$  e  $S_2$  dei triangoli APH e PCH.

Si calcoli il rapporto  $f(x) = \frac{S_1(x)}{S_2(x)}$

- d) Si studi  $f(x)$  e se ne disegni il grafico prescindendo dai limiti geometrici del problema.

**M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO DI ORDINAMENTO

**Indirizzo:** SCIENTIFICO**Tema di:** MATEMATICA**QUESTIONARIO**

1. Si consideri la seguente proposizione: “ Se due solidi hanno uguale volume, allora, tagliati da un fascio di piani paralleli, intercettano su di essi sezioni di uguale area”. Si dica se essa è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.

2. Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si

$$\text{provi che } \operatorname{sen} \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

3. Fra le casseruole, di forma cilindrica, aventi la stessa superficie  $S$  (quella laterale più il fondo) qual è quella di volume massimo?

4. Si esponga la regola del marchese *de L'Hôpital* (1661 – 1704) e la si applichi per dimostrare che è:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2008}}{2^x} = 0$$

5. Si determini un polinomio  $P(x)$  di terzo grado tale che:

$$P(0) = P'(0) = 0, \quad P(1) = 0 \quad \text{e} \quad \int_0^1 P(x) dx = \frac{1}{12}$$

6. Se  $\binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \binom{n}{3}$  con  $n > 3$  sono in progressione aritmetica, qual è il valore di  $n$ ?

7. Si determini, al variare di  $k$ , il numero delle soluzioni reali dell'equazione:

$$x^3 - 3x^2 + k = 0.$$

8. Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x) = \pi^x - x^\pi$ . Si precisi il dominio di  $f$  e si stabilisca il segno delle sue derivate, prima e seconda, nel punto  $x = \pi$ .

9. Sia  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$ ; esiste  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ? Si giustifichi la risposta.

10. Secondo il codice della strada il segnale di “salita ripida” (fig. a lato) preavverte di un tratto di strada con pendenza tale da costituire pericolo. La pendenza vi è espressa in percentuale e nell'esempio è 10%.

Se si sta realizzando una strada rettilinea che, con un percorso di 1,2 km, supera un dislivello di 85 m, qual è la sua inclinazione (in gradi sessagesimali)? Quale la percentuale da riportare sul segnale?



Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.