PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

27 novembre 2014

ZANICHELLI Best Western

Testo 1

1) *La prova consiste di 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice.*

Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.
Buon lavoro e buon divertimento.

Nome ________________________ *Cognome* ________________________ *Classe* __________________

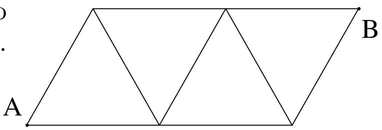
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*

1) Nel paese di Gnallucci circolano quattro monete: dobloni, zecchini, talleri e fufignezi. Un doblone vale quanto uno zecchino più un tallero e un fufignezo. Due dobloni valgono quanto uno zecchino più tre talleri e cinque fufignezi. Un tale entra in un negozio con uno zecchino e ne esce con un tallero. In fufignezi, quanto ha pagato?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** 5.

2) Quanto fa $(1,\bar{3}) \cdot (0,\bar{3})$?
(A) $0,4$ **(B)** $0,4\bar{3}$ **(C)** $0,\bar{4}$ **(D)** $\frac{13}{33}$ **(E)** nessuno dei precedenti.

3) Paperopoli dista da Topolinia 4 ore di viaggio. Paperino parte da Paperopoli alle 4 del mattino, ora locale, e, per via del fuso orario, arriva a Topolinia all'ora (locale) di pranzo. A che ora torna a Paperopoli se riparte due ore dopo?
(A) Alle 12, **(B)** alle 14, **(C)** alle 15, **(D)** alle 16,
(E) dipende dall'ora a cui pranzano a Topolinia.

4) Un parallelogramma è costruito incollando quattro triangoli equilateri di lato 10 cm come in figura. Quanti cm distano i vertici opposti A e B?
(A) 25, **(B)** $\sqrt{675}$, **(C)** $\sqrt{700}$, **(D)** $\sqrt{825}$,
(E) 30.



5) I numeri a, b e c sono interi relativi. Si sa che $a^2bc = 1$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?
(A) $a = 1$ e $b = 1$, **(B)** $a = -1$ e $c = 1$, **(C)** $b^2ac = 1$, **(D)** $a^2b^2 = 1$, **(E)** $a \neq 1$.

6) In una certa azienda ogni dirigente percepisce uno stipendio pari a quattro volte quello di ogni operaio. Il costo complessivo che l'azienda sostiene per pagare gli stipendi di tutti i dipendenti è uguale a sei volte il costo complessivo degli stipendi di tutti i dirigenti. Quanti operai ci sono per ciascun dirigente?
(A) 5, **(B)** 6, **(C)** 20, **(D)** 24, **(E)** 30.

7) Al luna park c'è un distributore di biglie con due pulsanti e un contenitore: il primo pulsante fa entrare 16 biglie nel contenitore, il secondo aumenta il numero di biglie nel contenitore del 50%. Inserendo una moneta, si può premere uno qualsiasi dei due pulsanti. Se il contenitore inizialmente è vuoto, quante biglie al massimo si possono far entrare nel contenitore con 5 monete?
(A) 70, **(B)** 80, **(C)** 88, **(D)** 96, **(E)** 108.

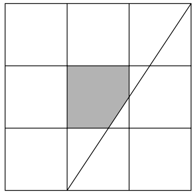
8) Agata, Nina e Leo decidono che al "Via!" ciascuno di loro dirà (a caso) BIM, oppure BUM, oppure BAM. Qual è la probabilità che dicano tutti e tre la stessa cosa?
(A) Meno di $\frac{1}{12}$, **(B)** tra $\frac{1}{12}$ e $\frac{1}{10}$, **(C)** tra $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{8}$, **(D)** tra $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{6}$, **(E)** più di $\frac{1}{6}$.

9) Sia dato un pentagono regolare di lato 1 cm; quanti cm^2 vale l'area dell'insieme di punti del piano che sono esterni al pentagono e distano al più 1 cm da esso?
(A) $(5 + \pi)$, **(B)** $(3/2 + 2\pi)$, **(C)** 7, **(D)** 8, **(E)** 3π.

10) Otto giocatori, di cui quattro sono difensori e quattro sono attaccanti, organizzano un torneo di biliardino. Ogni possibile coppia difensore-attaccante gioca una e una sola volta contro ogni altra possibile coppia difensore-attaccante. Quanti incontri faranno in tutto?
(A) 24, **(B)** 36, **(C)** 48, **(D)** 72, **(E)** 144.

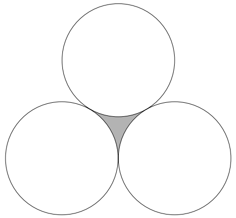
11) È dato un numero primo di tre cifre le cui cifre sono, nell'ordine: a, b, c. Quanti divisori primi ha il numero di sei cifre la cui scrittura è $abcabc$?
[Ricordiamo che 1 non è un numero primo.]
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** 5.

12) Il quadrato in figura è diviso in 9 quadratini congruenti. Sapendo che il lato del quadrato grande misura L, calcolare l'area evidenziata in grigio.
(A) $\frac{11}{108}L^2$, **(B)** $\frac{1}{9}L^2$, **(C)** $\frac{5}{54}L^2$, **(D)** $\frac{1}{12}L^2$, **(E)** $\frac{13}{81}L^2$.



13) Quante cifre ha il numero 20^{10}?
(A) 10, **(B)** 11, **(C)** 13, **(D)** 14, **(E)** 15.

14) Sono date tre circonferenze aventi tutte raggio 1 cm e tangenti due a due come in figura. Calcolare l'area in cm^2 della parte compresa tra le tre circonferenze, evidenziata in grigio in figura.
(A) $(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})$, **(B)** $\sqrt{3}$, **(C)** 3, **(D)** $\frac{\pi}{2}$, **(E)** π.



15) Uno studente in gita si sveglia la mattina e, dalla sua stanza di un hotel a sette piani (oltre al piano terra), scende in ascensore per recarsi al piano terra e fare colazione. Tuttavia, molto assonnato, preme ripetutamente il pulsante sbagliato e visita esattamente una volta tutti gli altri piani (escluso il suo), prima di arrivare finalmente al piano terra. Sapendo che la sua stanza non si trova al piano terra, quanta strada percorre l'ascensore, al massimo?
(A) 29 piani, **(B)** 28 piani, **(C)** 27 piani, **(D)** 26 piani, **(E)** 25 piani.

16) Francesco vuole seminare una zona del giardino della sua casa, che ha la forma riportata in figura (casa in grigio e giardino in bianco tutto intorno). Per far questo, lega una corda di 2 m all'angolo A della casa, la tende e, spostandone l'estremità, disegna il perimetro della zona da seminare. Quanti m^2 seminerà Francesco?
(A) $2\pi + \sqrt{3}$, **(B)** $\frac{15}{4}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$, **(C)** $\frac{31}{12}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$,
(D) $\frac{9}{4}\pi$, **(E)** $4\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$.